

SIMULACIÓN DEL CRECIMIENTO DE GRIETAS EN MATERIALES DÚCTILES MEDIANTE ELEMENTOS INTERFACE DE ESPESOR NULO.

Angel de Andrés Martínez . José Luis Pérez Aparicio
UNIVERSIDAD PONTIFICIA DE COMILLAS
I.C.A.I.
C/Mártires de Alcalá, 11
 28015
MADRID

RESUMEN.- En el presente artículo se pretende plantear un modelo de daño continuo que nos permita representar el crecimiento de grietas en materiales dúctiles, mediante un modelo de fractura cohesiva. En el método propuesto se discretiza el cuerpo en estudio mediante una malla de Elementos 3D Elastoplásticos, representando el daño que propicia la formación y crecimiento de grietas mediante la degradación de la resistencia de las interfaces de unión entre los elementos. Esto se concreta introduciendo en la malla elementos interface planos en el espacio, de espesor nulo, entre las caras comunes de los elementos Elastoplásticos. La ley de tensión/elongación de estos último sigue el modelo planteado por Peierls y más recientemente retomado por otros autores como Rice y Beltz.

ABSTRACT.- In the scope of this article we are trying to develop a continuous damage model in order to simulate crack growth in ductile materials, by means of a cohesive fracture model. This is done by discretizing the body with an Elastoplastic 3D mesh and representing the damage which causes the growth of cracks by the degradation in the strength of the common faces between the 3D, solid elements. For this purpose, we intercalate elements with zero width into the mesh, between the shared faces of the solid elastoplastic elements. The stress/ elongation law is defined based on the Peierls models, recently revised by Rice, Beltz and others.

1.- INTRODUCCIÓN .-

En un proceso de fractura dúctil, la aparición de una grieta viene precedida por el deslizamiento relativo entre planos cristalinos del sólido en cuestión. Este deslizamiento se va incrementando hasta que, llegado a un valor crítico de la carga, se produce la decohesión que da origen a la aparición de dislocaciones en la red. (Ver fig. 1)

Siguiendo el modelo planteado por PEIERLS (1940)[1], existe una relación funcional entre la tensión cortante τ y el desplazamiento relativo en uno de estos planos de deslizamiento.

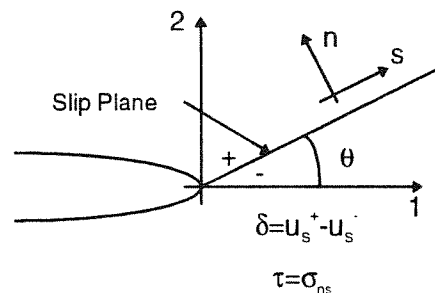


Fig.1.-Definición del deslizamiento relativo

Por el momento, supuesto que existe continuidad para el resto de desplazamientos, la relación τ / δ tendría una forma como la que aparece representada en la fig.2.

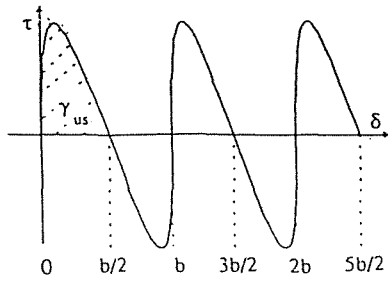


Fig.2.- Curva τ/δ

Vemos que la relación τ / δ presenta la forma de una función periódica de amplitud "b" igual al vector de Burger de la dislocación completa y que cruza sobre el eje de abscisas a una distancia b/2.

El área bajo la curva ($\Phi = \int \tau d\delta$) representa la energía invertida en el proceso de formación de la dislocación, como se aprecia en la fig.3.

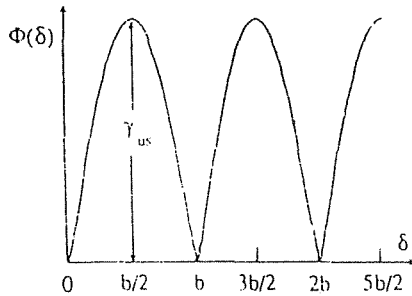


Fig.3.- Definición de la función $\Phi(\delta)$

Se comprueba además que ϕ alcanza su valor máximo cuando $\delta = b/2$, momento a partir del cual se produce la decohesión. A este valor máximo de (Φ): $\Phi_{max} = \gamma_{us}$, se le denomina "Unstable Stacking Energy" y representa la barrera energética que es preciso superar para la formación de dislocaciones en un proceso de fractura dúctil.

Siguiendo esta línea, se han planteado también modelos más precisos, en los cuales existen discontinuidades en los desplazamientos normal y tangencial, por parte de Beltz y Rice [2] [3] y Sun [4]. Sin embargo, lo que aquí nos ocupa no es tanto la discusión detallada de los modelos antes citados como su aplicación a la simulación del Crecimiento de Grietas mediante el Método de los Elementos Finitos.

2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .-

Tomando como base las ideas expuestas en el apartado anterior, se pretende plantear un modelo de daño continuo que nos permita representar el crecimiento de grietas en materiales dúctiles, en los cuales tenemos un modelo de fractura cohesiva.

Para un material sujeto a un estado particular de carga, los modelos de daño continuo [5][6][7][8] caracterizan su pérdida de resistencia mecánica mediante un conjunto de variables internas: "Variables de daño", cuyo valor oscila entre 0 (material indemne) y 1 (material completamente degradado).

La originalidad del método propuesto reside en que, una vez discretizado el cuerpo en estudio mediante una malla de Elementos Finitos 3D Elastoplásticos, representamos el daño que propicia la formación y crecimiento de grietas mediante la degradación de las interfaces de unión entre los elementos.

Lo expuesto se concreta con la introducción en la malla de un elemento interface plano de espesor nulo, que une las facetas comunes de todos los restantes elementos. A este elemento "interface" se le aplicará el modelo de daño continuo basado en las teorías expuestas en la introducción.

3.- FORMULACIÓN DE ECUACIONES.-

En la mayor parte de los modelos de fractura cohesiva que podemos encontrar en la literatura (sirvan como ejemplo [12][13][14]) se parte de una relación τ / δ más o menos elaborada, pero de carácter reversible mientras no se alcance un límite a partir del cual el elemento pierde totalmente su capacidad de soportar nuevos esfuerzos.

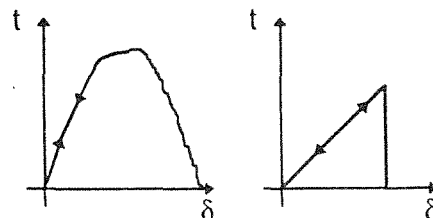


Fig.4.- Curvas τ/δ habituales

Si pretendemos simular el crecimiento de grietas en materiales dúctiles ante cargas que pueden variar con el tiempo tanto en magnitud como en dirección, debemos plantear una relación τ / δ irreversible que incluya:

- Una ley de carga/descarga.
- Un método para identificar cómo la historia de cargas modifica la resistencia de las interfaces. Aquí es donde se identifica el modelo de daño continuo.

Por último, si pretendemos trabajar con problemas tridimensionales, habremos de definir los conceptos de elongación y tensión efectivas t_{eff} / δ_{eff} , tal y como se hace con las tensiones/deformaciones equivalentes en los problemas de plasticidad.

3.1.- Definición de la relación t_{eff} / δ_{eff} .-

Para la obtención de las elongaciones / tracciones equivalentes, emplearemos el modelo propuesto por Camacho & Ortiz (1995) [15], donde:

$$t_{eff}^2 = t_3^2 + \beta^{-2} (t_1^2 + t_2^2) \quad (*1)$$

$$\delta_{eff}^2 = \delta_3^2 + \beta^{-2} (\delta_1^2 + \delta_2^2) \quad (*2)$$

definiendo los ejes 1,2 y 3 según la figura:

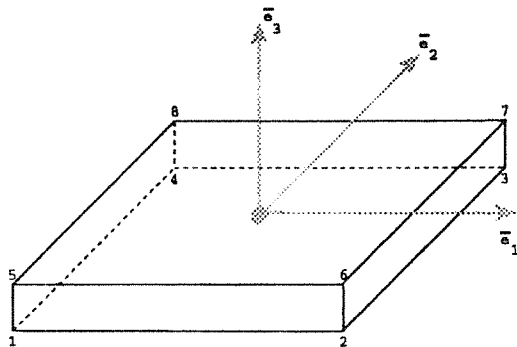


Fig.5.- Definición del elemento interface.

y siendo β el ratio que relaciona la resistencia normal y la tangencial de la interface según:

$$\beta = \frac{\tau_c}{\sigma_c} \quad (*3)$$

Apoyándose en las ideas expuestas por Peierls [1] y partiendo de modelos atómicos, diversos autores han obtenido relaciones constitutivas en forma de función sinusoidal del

tipo de la propuesta por Frenkel [9] para la relación entre la tensión cortante y la elongación transversal para un valor fijo en la elongación normal, además de la expresión propuesta por Rose-Ferrante-Smith [10] para la dependencia entre la tensión y la elongación normales para una elongación transversal fija. Una recopilación de dichas investigaciones puede encontrarse en Sun, Beltz & Rice (1993) [11].

Esta última relación funcional, propuesta por Rose- Ferrante-Smith, ha sido la adoptada para relacionar las tensiones y elongaciones efectivas:

$$t_{eff} = A \delta_{eff} e^{-\frac{\delta_{eff}}{\delta_c}} \quad (*4)$$

El valor de las constantes A y δ_c se deduce fácilmente de la figura 6 a partir de las propiedades del material.

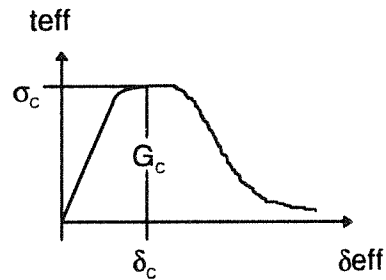


Fig.6.- Relación de Smith-Ferrante.

Donde $G_c \equiv$ "Critical Energy Release Rate ", igual al área bajo la curva t_{eff} / δ_{eff} .

Enlazando con las ideas del apartado primero, la tensión t_{eff} debería derivar de un funcional Φ , tal que:

$$t_{eff} = \frac{\partial \Phi}{\partial \delta_{eff}} \quad (*5)$$

Al definir δ_{eff} como antes entonces la superficie $\Phi=cte$, es un elipsoide de manera que

$$\Phi(\infty) = G_c \quad (*6)$$

con lo cual la caracterización del comportamiento del elemento queda completamente definida.

3.2.- Leyes de carga y descarga en un espacio tridimensional.-

Si definimos el daño en el elemento interface como:

$$D = \frac{\varnothing_{max}}{Gc} \in (0,1) \quad (*7)$$

$$\varnothing_{max}(t) = \max \varnothing(\tau) \text{ para } 0 \leq \tau \leq t$$

cumpléndose de ésta forma que:

$$\dot{D}(t) \geq 0 \quad \forall t \in (0, \infty) \quad (*8)$$

con lo que el deterioro se hace de ésta forma irreversible.

Por lo tanto, introduciendo el concepto de \varnothing_{max} como nueva variable de estado que represente la influencia de la historia de cargas:

$$t_i = f_i(\delta; \varnothing_{max}) \quad (*9)$$

Pretendemos que la ley de descarga sea lineal al origen de coordenadas, según fig.7.

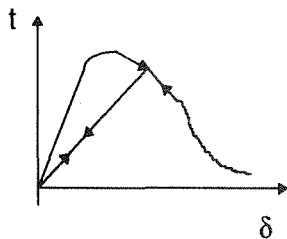


Fig.7.- Ley de carga/descarga.

por lo que si

$$f_i = \frac{\partial \varnothing}{\partial \delta_i} \quad (*10)$$

ha de suceder que en descarga,

$$\varnothing = g^2(\varnothing_{max}) \quad (*11)$$

lo que lleva a que la función,

$$t_i = f_i(\delta, \varnothing_{max}) \quad (*12)$$

es una función homogénea de grado 1.

En resumen:

EN CARGA $\rightarrow \varnothing \geq \varnothing_{max}$:

$$t_i = \varnothing'(\delta_{eff}) \frac{C_{ij} \delta_j}{2 \delta_{eff}} \quad (*13)$$

EN DESCARGA $\rightarrow \varnothing \leq \varnothing_{max}$:

$$t_i = \left. \frac{\partial t_i}{\partial \delta_j} \right|_{\delta_{max}^{eff}} \cdot \delta_j \quad (*14)$$

donde,

$$C = \begin{pmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (*15)$$

4.- MATRIZ DE RIGIDEZ.-

EN CARGA:

$$K_{ij} = \frac{\partial t_i}{\partial \delta_j} = \frac{\varnothing'}{\delta_{eff}} C_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{\varnothing''}{\delta_{eff}} - \frac{\varnothing'}{\delta_{eff}^2} \right) \frac{(C_{ij} \delta_k)(C_{jl} \delta_l)}{\delta_{eff}} \quad (*16)$$

EN DESCARGA:

$$K_{ij} = \frac{\varnothing'(\delta_{max}^{eff})}{\delta_{max}^{eff}} C_{ij} \quad (*17)$$

defiendiendo en cualquiera de los dos casos.

$$t_{eff} = \sqrt{C_{ij}^{-1} \cdot t_i \cdot t_j} = \varnothing'(\delta_{eff}) \quad (*18)$$

5.- CONCLUSIONES.-

La conjunción entre un modelo de fractura cohesiva, las ideas aportadas por Rice [2] [3] tomando como referencia las ideas de Peierls [1] sobre teoría de dislocaciones y los modelos de daño continuo, nos aporta un método versátil para simular el crecimiento de grietas. La versatilidad reside en que podemos analizar geometrías bi y tridimensionales complejas, ante cualquier combinación de los Modos I, II y III de fractura, en el marco de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal o Elastoplástica, siempre y cuando la formulación de los elementos sólidos empleados lo permita.

6.- REFERENCIAS.-

- [1] Peierls, R. E. (1940). "The size of a dislocation", Proc. Phys. Soc., 52:34 -37.
- [2] Rice, J.R., Beltz, G. E. (1992). "Peierls framework for dislocation nucleation from a crack tip". Topics in Fracture and Fatigue (de. A. S. Argon) chap. 1, pp. 1-58. Springer Verlag, Berlin.
- [3] Rice, J.R., Beltz, G. E. (1994). "The activation energy for dislocation nucleation at a crack". J. Mech. Phys. Solids, Vol. 42, No. 2, pp. 333-360.
- [4] Sun, Y. (1993). "Atomistic aspects of dislocation/crack tip interaction. Ph.D. thesis, Harvard University, Cambridge, MA.
- [5] Krajcinovic, D. (1989). " Damage Mechanics", Mechanics of Materials, No. 8, pp. 117-197.
- [6] Lemaitre, J. (1985). "A continuous damage mechanics model for ductile fracture". Journal of engineering materials and technology, Vol. 107, pp. 83-89.
- [7] Simo, J. C. & Ju, J. W. (1987). "Strain and stress based continuum damage models: 1.- Formulation; 2.- Computational Aspects". International Journal for Solids and Structures, Vol. 23, pp. 821-869.
- [8] Faria, R., Oliver, X. (1993). "A rate dependent constitutive model for large scale computations in concrete structures". Monografía CIMNE No. 17. Enero 1993.
- [9] Frenkel, J. , Z. Phys.. 37 (1926) 572.
- [10] Rose, J. H., Ferrante, J., Smith, J. R., Phys. Rev. L., 47 (1981) 675.
- [11] Sun, Y., Beltz, G., Rice, R. "Estimates from atomic models of tension-shear coupling in dislocation nucleation from a crack tip". Materials science and engineering, A170 (1993), pp. 67-85.
- [12] Xu, P., Needleman, A. (1994) " Numerical analyses of dynamic brittle fracture". Frac. and Dam. in Quasibrittle Struct., De. by Z. P. Bazant.
- [13] Needleman, A. (1990) "An Analysis of a Tensile Decohesion along an Interface". J. Mech. Phys. Solids, Vol. 38, No. 3, pp. 289-324.
- [14] Planas, J. Elices, M. Guinea, G. V. "Cohesive cracks as a Solution of a Class of nonlocal Problems". Fracture & Damage in Quasibrittle Struct. De. by Z. P. Bazant. (1994)
- [15] Ortiz, M. (1995). Comunicación privada.